



VNIVERSIDAD
D SALAMANCA

Física I. Curso 2010/11

Departamento de Física Aplicada. ETSII de Béjar. Universidad de Salamanca

Prof. Alejandro Medina Domínguez y Jesús Ovejero Sánchez

Tema 2. LEYES DE NEWTON Y SUS APLICACIONES

Índice

1. Introducción	3
2. Primera ley de Newton. Sistemas de Referencia Inerciales	5
3. Fuerza, masa y segunda Ley de Newton	7
4. Ley de acción y reacción	8
5. Fuerzas de rozamiento	10
5.1. Fricción estática	11
5.2. Fricción cinética	11
5.3. Fuerzas de arrastre en fluidos	14
6. Movimiento relativo a sistemas de referencia no inerciales	16
7. Problemas	19

1. Introducción

La Dinámica estudia las relaciones entre los movimientos de los cuerpos y las causas que los provocan, en concreto las fuerzas que actúan sobre ellos. Aquí estudiaremos la Dinámica desde el punto de vista de la Mecánica Clásica, que es apropiada para el estudio dinámico de sistemas *grandes* en comparación con los átomos ($\sim 10^{-10}$ m) y que se mueven a velocidades mucho menores que las de la luz ($\sim 3,0 \times 10^8$ m/s).

Para entender estos fenómenos, el punto de partida es la observación del mundo cotidiano. Si se desea cambiar la posición de un cuerpo en reposo es necesario empujarlo o levantarlo, es decir, ejercer una acción sobre él. Aparte de estas intuiciones básicas, el problema del movimiento es muy complejo. Todos los movimientos que se observan en la Naturaleza (caída de un objeto en el aire, movimiento de una bicicleta o un coche, de un cohete espacial, etc) son realmente complicados.

Estas complicaciones motivaron que el conocimiento sobre estos hechos fuera erróneo durante muchos siglos. Aristóteles pensó que *el movimiento de un cuerpo se detiene cuando la fuerza que lo empuja deja de actuar*. Posteriormente se descubrió que esto no era cierto, pero el gran prestigio de Aristóteles como filósofo y científico hizo que estas ideas perduraran muchos siglos.

Un avance muy importante se debió a Galileo (1564-1642) quién introdujo el *método científico*, que enseña que no siempre se debe creer en las conclusiones intuitivas basadas en la observación inmediata, pues esto lleva a menudo a equivocaciones. Galileo realizó un gran número de experiencias en las que se iban cambiando ligeramente las condiciones del problema y midió los resultados en cada caso. De esta manera pudo extrapolar sus observaciones hasta llegar a entender un *experimento ideal*. En concreto, observó cómo un cuerpo que se mueve con velocidad constante sobre una superficie lisa se moverá eternamente si no hay rozamientos ni otras acciones externas sobre él.

Inmediatamente se presentó otro problema: ¿si la velocidad no lo revela, qué parámetro del movimiento indica la acción de fuerzas exteriores? Galileo respondió también a esta pregunta, pero Newton (1642-1727) lo hizo de manera más precisa: *no es la velocidad sino su variación la consecuencia resultante de la acción de arrastrar o empujar un objeto*.

Esta relación entre fuerza y cambio de velocidad (aceleración) constituye la base fundamental de la Mecánica Clásica. Fue Isaac Newton (hacia 1690) el primero en dar una formulación

completa de las leyes de la Mecánica. Y además inventó los procedimientos matemáticos necesarios para explicarlos y obtener información a partir de ellos.

Antes de enunciarlas, introduciremos con precisión los conceptos de *masa* y *fuerza*, que son básicos en ellas:

- *Masa.*

Es el parámetro característico de cada objeto que mide su resistencia a cambiar su velocidad. Es una magnitud escalar y aditiva.

- *Fuerza.*

Todos tenemos un concepto intuitivo de qué es una fuerza. Aunque dar una definición rigurosa y precisa no es sencillo, sí que tiene unas propiedades básicas observables en la vida cotidiana:

1. Es una magnitud vectorial.
2. Las fuerzas tienen lugar en parejas.
3. Una fuerza actuando sobre un objeto hace que éste o bien cambie su velocidad o bien se deforme.
4. Las fuerzas obedecen el *Principio de superposición*: varias fuerzas concurrentes en un punto dan como resultado otra fuerza que es la suma vectorial de las anteriores.

Para medir fuerzas en los laboratorios se utilizan dinamómetros. Un *dinamómetro* es un dispositivo formado por un muelle y un cilindro que sirve de carcasa. Un puntero o aguja indica sobre una escala el grado de deformación del muelle cuando sobre él actúa una fuerza. Generalmente la escala que se utiliza es de tipo lineal porque el muelle se construye para que fuerza ejercida y deformación sean directamente proporcionales.

Enunciado de las Leyes de Newton:

1. *Primera ley (Principio de inercia)*: Todo cuerpo permanece en su estado inicial de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta no nula.

2. *Segunda ley*: La aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa y directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él

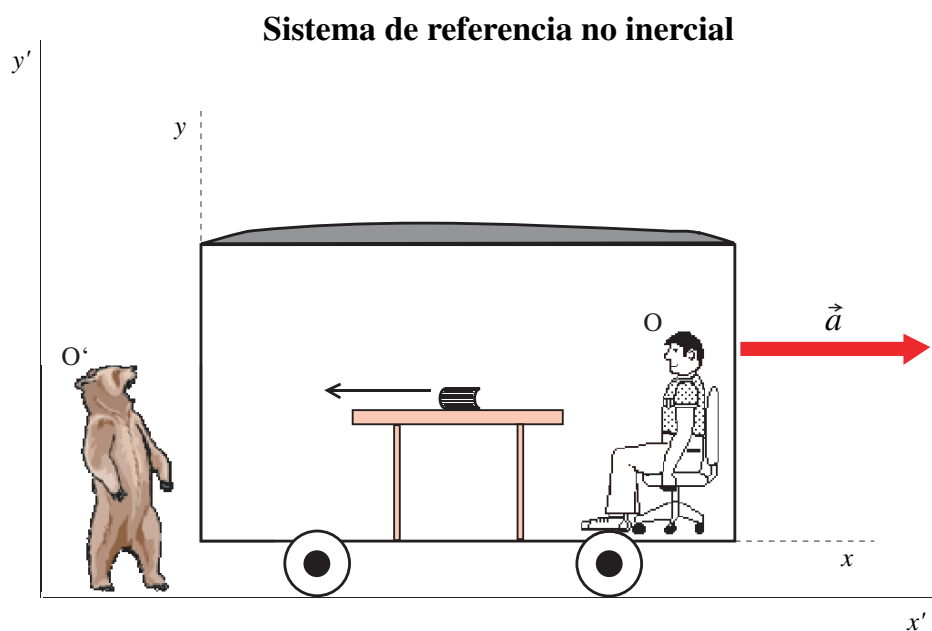
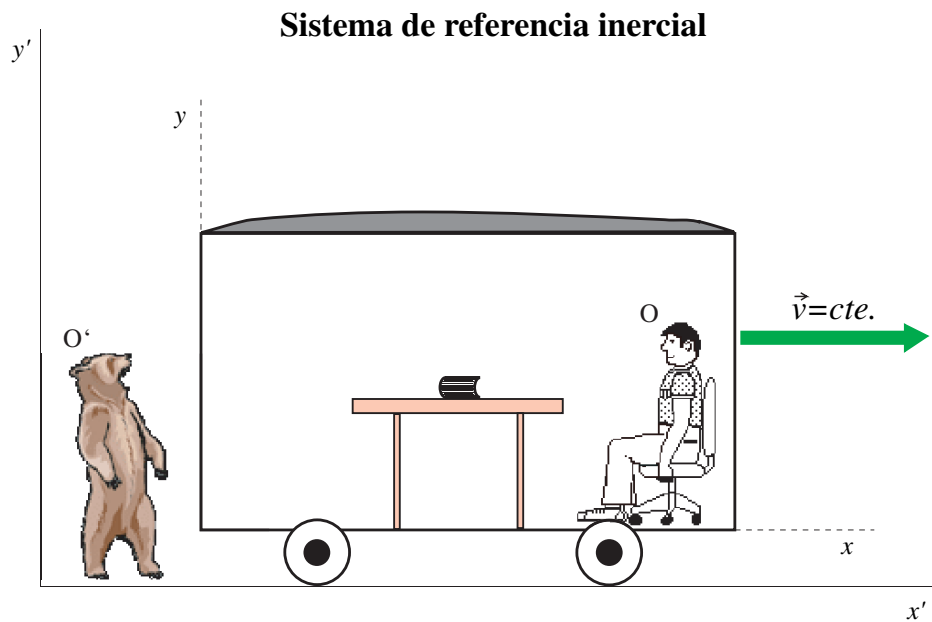
$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} \quad \text{ó} \quad \vec{F} = m\vec{a},$$

donde \vec{F} es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él (fuerza neta).

3. *Tercera ley (Principio de Acción-Reacción)* : Si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B, éste ejerce sobre el A una fuerza igual en módulo y dirección pero de sentido contrario.

2. Primera ley de Newton. Sistemas de Referencia Inerciales

La primera Ley de Newton no distingue entre un cuerpo en reposo y otro en movimiento rectilíneo uniforme. Esto sólo depende del sistema de referencia desde el que se observa el objeto. Consideremos como ejemplo un vagón en el que se coloca una mesa con un libro sobre su superficie, de manera que no existe fricción entre el libro y la mesa. Si el vagón se mueve con velocidad uniforme $\vec{v} = \vec{c}te.$ y sobre el libro no actúa fuerza alguna, seguirá en reposo sobre la mesa, tanto para un observador sobre la vagoneta (O) como para un observador sobre la vía (O').



Sin embargo, supongamos que inicialmente el vagón está en reposo y que en el instante $t = 0$ comienza a avanzar con una cierta aceleración, \vec{a} . En este caso el libro permanecerá en reposo respecto a la vía, pero no respecto al vagón. ¡Y sobre él no actúa ninguna fuerza! Esto quiere decir que la primera ley de Newton no se verifica en cualquier sistema de referencia. Se denominan *sistemas de referencia inerciales* a aquéllos en los que sí se verifica la ley de la inercia: *Un sistema de referencia inercial es aquel en que un cuerpo que no está sometido a la acción de ninguna fuerza se mueve con velocidad constante.*

Cualquier sistema de referencia que se mueve con velocidad constante respecto a otro sistema inercial es a su vez un sistema inercial. La Tierra no es un sistema inercial perfecto puesto que tiene dos aceleraciones centrípetas: una debida a su movimiento de rotación sobre su eje y otra debida al movimiento de traslación alrededor del Sol. Sus valores aproximados son estos:

- alrededor del Sol $\rightarrow 4,4 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$
- rotación $\rightarrow 3,4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$

Sin embargo, estas aceleraciones son muy pequeñas y generalmente no se comete demasiado error si se considera a la Tierra como un sistema de referencia inercial. A menos que se especifique lo contrario los sistemas que consideraremos habitualmente son inerciales. Los sistemas de referencia *más inerciales* que existen son las denominadas *estrellas fijas*, que son estrellas tan alejadas de la Tierra que sus movimientos resultan indetectables.

3. Fuerza, masa y segunda Ley de Newton

La primera ley de Newton explica qué le sucede a un objeto cuando la resultante de todas las fuerzas externas sobre él es nula. La segunda explica lo que le sucede cuando se ejerce una fuerza neta no nula sobre él. En realidad, estas dos leyes pueden considerarse como una definición de la *fuerza*. Una fuerza es la causa capaz de provocar en un cuerpo un cambio de velocidad, es decir, una aceleración. Además, la dirección de la aceleración coincide con la de la fuerza y el parámetro que relaciona fuerza y aceleración es precisamente la masa del objeto, una propiedad intrínseca a él.

Sin embargo, la experiencia nos dice que algunas veces la fuerza se manifiesta de forma ligeramente distinta. Cuando actúa una fuerza sobre un cuerpo extenso éste puede acelerarse (y desplazarse) o simplemente deformarse. En realidad, lo que pasa en este último caso es que hay un desplazamiento relativo entre las partículas que forman el objeto y se modifica su geometría. Es decir, tienen lugar aceleraciones, pero a nivel microscópico.

En realidad Newton no enunció su segunda ley con la ecuación:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad (1)$$

sino que lo hizo de una forma más general:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}, \quad (2)$$

donde $m\vec{v}$ es lo que más adelante definiremos como *momento lineal* o *cantidad de movimiento* de la partícula. Ambas ecuaciones coinciden si la masa de la partícula es constante, pero la segunda también es válida en el caso de que no lo sea. Imaginemos por ejemplo el caso de una bola de nieve que rueda por una ladera nevada y su tamaño va aumentando. La forma correcta de relacionar la fuerza que actúa sobre ella con la aceleración sería la ecuación (2), que es una generalización de la (1).

Unidades y dimensiones de la fuerza:

- Unidades S.I.: newton= $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$.

Sistema cegesimal: dina= $\text{g}\cdot\text{cm}/\text{s}^2$.

Equivalencia: 1 N= 10^5 dinas.

- dimensiones: $[F] = MLT^{-2}$.

4. Ley de acción y reacción

Esta ley dice que si un cuerpo A ejerce una acción sobre otro B, éste reacciona sobre el primero con una reacción igual y de sentido contrario. Ambas cosas ocurren simultáneamente y siempre las dos fuerzas actúan sobre distintos objetos.

4.1 EJEMPLO

Un balón en caída libre.

La Tierra ejerce una fuerza gravitatoria sobre el objeto que cae, su peso. Pero además el objeto ejerce una fuerza igual y opuesta en sentido sobre la Tierra pero como la masa de la Tierra, M_T , es mucho mayor que la del objeto, m_o , su aceleración es despreciable frente a la de éste.

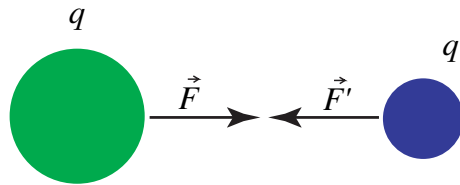
$$F = \frac{M_T m_o}{r^2} G$$

$$\begin{cases} a_T &= \frac{F}{M_T} \\ a_o &= \frac{F}{m_o} \end{cases}$$

Pero como $M_T \gg m_o \implies a_t \ll a_o$ y lo que observamos realmente es que el objeto cae hacia la Tierra y no al revés.

4.2 EJEMPLO

Dos cargas eléctricas en el vacío.



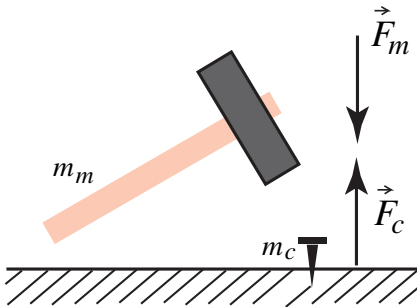
Según la ley de Coulomb una carga ejerce sobre la otra una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación. La otra ejercerá otra fuerza idéntica, pero de sentido contrario.

$$|\vec{F}| = |\vec{F}'| = k \frac{qq'}{d^2}; \quad \vec{F} = -\vec{F}'.$$

4.3 EJEMPLO

Un martillo golpeando un clavo sobre un trozo de madera.

El martillo ejerce fuerza sobre el clavo al golpearlo, \vec{F}_m . Y el clavo también sobre el martillo, \vec{F}_c , pero como la masa del clavo es mucho más pequeña, el martillo consigue que entre en la madera.



$$\vec{a}_c = \frac{\vec{F}_m}{m_c} = -\frac{\vec{F}_c}{m_c}$$

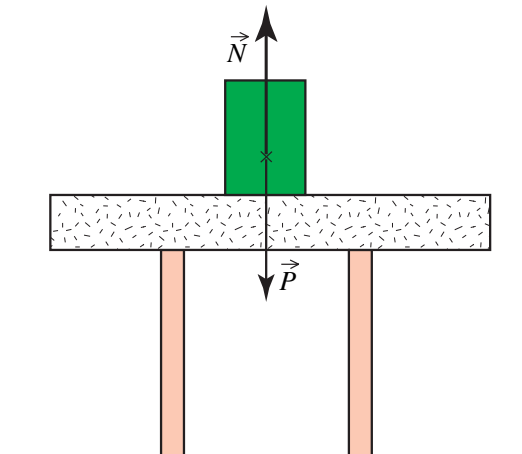
$$\vec{a}_m = \frac{\vec{F}_c}{m_m}$$

Pero como $m_m \gg m_c$ entonces $a_c \gg a_m$.

4.4 EJEMPLO

Un cuerpo en reposo sobre una mesa.

Desde el punto de vista del cuerpo, las fuerzas que actúan sobre él son la gravitatoria, \vec{P} , y la normal, \vec{N} , que ejerce la mesa para sujetarlo.



$$\vec{N} = -\vec{P}; \quad P = mg \quad \longrightarrow \quad N = mg$$

5. Fuerzas de rozamiento

La experiencia nos confirma que en la realidad cotidiana es habitual que cuando un objeto está en movimiento es necesario ejercer sobre él una fuerza para que se mantenga su estado de movimiento. Este hecho parece en principio contradecir el principio de inercia. Ejemplos de esto son el deslizamiento de un bloque de madera sobre una superficie no pulida, un automóvil circulando sobre una carretera o una piedra lanzada en el aire. Todas estos casos son diversas manifestaciones de fuerzas de fricción o rozamiento.

En el ejemplo de un bloque de madera sobre una superficie rugosa, lo que sucede es que si inicialmente está en reposo y lo empujamos comienza a moverse, pero al cabo de cierta distancia el bloque se para. Parece como si sobre el cuerpo actuase una fuerza que se opone a su movimiento. La fuerza de *fricción estática* es la que se opone al movimiento del cuerpo cuando está en reposo y ejercemos una fuerza pequeña sobre él. Hasta que ese empuje no es suficientemente intenso, el objeto permanece en reposo. Cuando el cuerpo está en movimiento existe otro tipo de fricción, denominado *cinética*, que hace que finalmente vuelva a pararse si sobre él no actúa ninguna otra fuerza.

El origen de ambas fricciones es del mismo tipo. A nivel microscópico los átomos y las moléculas de las dos superficies en contacto interaccionan (generalmente a través de fuerzas electromagnéticas) de forma muy compleja. El efecto neto de esto a nivel macroscópico son fuerzas que se oponen al movimiento del objeto.

5.1. Fricción estática

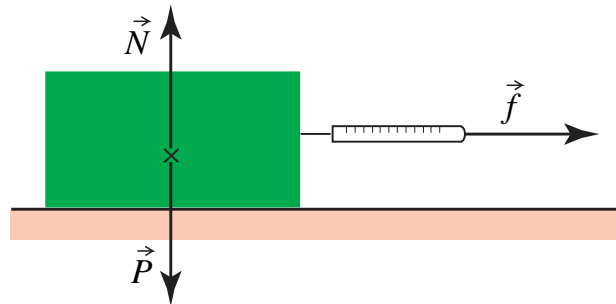
En principio podría pensarse que esta fuerza debería ser proporcional a la superficie de contacto entre los dos objetos. Pero los experimentos muestran que esto no es así, sino que esta fuerza sólo depende de la fuerza normal ejercida por una superficie sobre otra. Estas fuerzas son muy complejas y ni siquiera hoy son bien entendidas. Por lo tanto, se estudian desde un punto de vista fenomenológico, a través del conocimiento adquirido tras la realización de gran cantidad de experimentos. Estos experimentos muestran que f_e es proporcional a la fuerza normal que ejerce la superficie sobre el objeto, N , por lo que siempre se puede expresar:

$$f_e = \mu_e N,$$

donde μ_e es el *coeficiente de fricción estática*, que es un parámetro adimensional que depende del tipo de superficies que contactan. Si ejercemos sobre el objeto considerado una fuerza mayor que f_e , comenzará a moverse y en el caso contrario permanecerá en reposo.

$$f \leq \mu_e N \implies \text{reposo.}$$

Una forma sencilla de medir esta fuerza de fricción es acoplando un dinamómetro al bloque y tirar de él hasta que comience a moverse. La fuerza que marque en ese momento será f_e (en realidad, hay todo un intervalo de fuerzas de fricción, pero suele llamarse f_e a la máxima).



5.2. Fricción cinética

Al igual que en el caso de la fricción estática, la fricción cinética, suele estudiarse desde un punto de vista fenomenológico, pues su origen a nivel elemental es muy complejo. Se define el *coeficiente de fricción cinética* como aquel que verifica:

$$f_c = \mu_c N,$$

donde f_c es la fuerza de fricción cinética. Como esta fuerza se opone al movimiento del bloque, vectorialmente se puede expresar así:

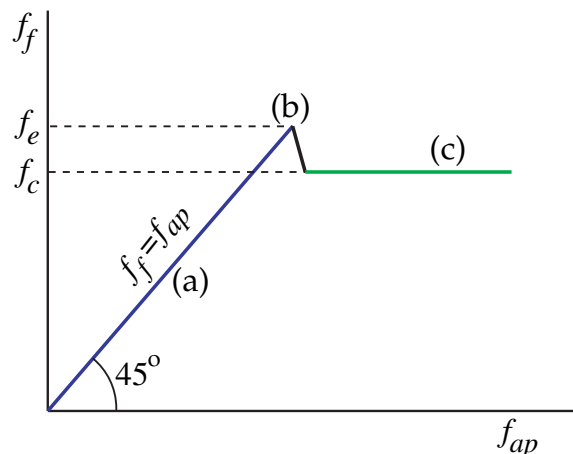
$$\vec{f}_c = -\mu_c N \vec{u},$$

donde \vec{u} es \vec{v}/v . Experimentalmente se comprueba que:

- $\mu_c < \mu_e$ y ambos dependen del tipo y estado de las dos superficies. La diferencia entre uno y el otro suele estar entre el 10 % y el 20 %.
- μ_c (ó f_c) depende de la velocidad relativa entre las dos superficies, pero para velocidades *normales* (desde cm/s hasta varios m/s se puede considerar independiente de v).
- μ_c es independiente del área macroscópica de contacto entre las dos superficies (igual que μ_e).

La fuerza de fricción cinética se puede interpretar como la fuerza necesaria para que el movimiento relativo de dos cuerpos que se deslizan entre sí, sea uniforme. Esto se debe a que la ecuación de movimiento de un objeto sometido a una fuerza, \vec{f} , de tracción y otra, \vec{f}_c , de fricción cinética es: $m\vec{a} = \vec{f} - \mu_c N \vec{u}$. Si $a = 0$ resulta: $\vec{f} = \mu_c N \vec{u} = \vec{f}_c$.

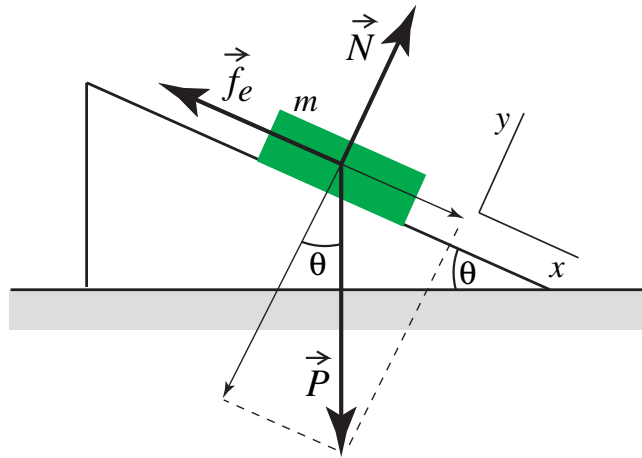
En el siguiente gráfico se representa la fuerza de fricción, f_f , que actúa sobre un bloque sobre una superficie no lisa en términos de la fuerza aplicada, f_{ap} .



- La fuerza de fricción en esta región existe, pero el objeto no se mueve porque la fuerza aplicada es inferior a su valor máximo.

- b) La fuerza aplicada vence la máxima fuerza de fricción, $f_{ap} = f_e$, el objeto, comenzará a moverse.
- c) La fuerza aplicada debe vencer la fricción cinética, que es menor que la estática.

Un método sencillo para calcular tanto f_e como f_c consiste en disponer una masa conocida sobre un plano inclinado no liso, de forma que el ángulo que forma con la horizontal se pueda variar. Veremos cómo cambiando el ángulo hasta que el objeto comience a descender, obtenemos μ_e .



Sea θ_c el *ángulo crítico* para el que comienza a deslizarse la masa:

$$\theta < \theta_c \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \sum f_y = N - mg \cos \theta = 0 \\ \sum f_x = mg \sin \theta - f_e = 0 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$mg = \frac{N}{\cos \theta} \quad \longrightarrow \quad f_e = N \tan \theta.$$

En el ángulo crítico la fuerza de rozamiento es máxima y podemos escribir: $f_e = \mu_e N$. Sustituyendo:

$$f_e = \mu_e N = N \tan \theta_c \quad \longrightarrow \quad \mu_e = \tan \theta_c.$$

Es decir, que μ_e es precisamente la tangente del ángulo cuando el bloque comienza a caer.

Cuando el bloque está deslizando, la ecuación para $\sum f_x$ tiene una componente asociada a la aceleración en la caída, a_x , y además ahora el rozamiento es cinético.

$$\sum f_x = mg \sin \theta - \mu_c N = ma_x.$$

Como $N = mg \cos \theta$:

$$\begin{aligned} mg \sin \theta - \mu_c mg \cos \theta &= ma_x \\ \implies a_x &= g (\sin \theta - \mu_c \cos \theta) \end{aligned}$$

Y despejando μ_c :

$$\vec{\mu}_c = - \left(\frac{a_x}{g} - \sin \theta \right) \frac{1}{\cos \theta} = \tan \theta - \frac{a_x}{g \cos \theta}$$

Midiendo la aceleración de la caída, a_x , se puede entonces obtener μ_c .

Valores aproximados de coeficientes de fricción habituales:

Materiales	μ_e	μ_c
acero sobre acero	0,7	0,6
vidrio sobre vidrio	0,9	0,4
teflón sobre teflón	0,04	0,04
caucho sobre hormigón (seco)	1,0	0,8
caucho sobre hormigón (mojado)	0,3	0,25
esquí sobre nieve	0,1	0,05
hielo sobre hielo	0,1	0,03
articulaciones humanas	0,01	0,003

5.3. Fuerzas de arrastre en fluidos

Cuando un objeto se mueve a través de un fluido como el aire o el agua, sufre una fuerza de resistencia o arrastre que se opone a su movimiento. Estas fuerzas son manifestaciones macroscópicas de las interacciones de las moléculas del cuerpo con las del medio que lo rodea.

La fuerza de arrastre depende de:

- ◇ la forma y el tamaño del objeto
- ◇ las propiedades del fluido

◊ la velocidad del objeto respecto al fluido

Al igual que las fuerzas de fricción, las de arrastre se estudian desde un punto de vista fenomenológico, a causa de su complejidad. Pero al contrario que aquéllas, las de arrastre aumentan con la velocidad.

$$\vec{f}_a = -bv^n\vec{u},$$

donde $\vec{u} = \vec{v}/v$ y $n = 1$ para velocidades bajas y $n = 2$ para velocidades altas. b es un coeficiente que depende de la forma y tamaño del objeto y de las propiedades del fluido, como su *viscosidad*, η . Por ejemplo, para una esfera de radio R en un fluido de viscosidad η , $b = 6\pi R\eta$, que se denomina ley de Stokes.

5.1 EJEMPLO

Consideremos como ejemplo particular un cuerpo cayendo por la acción de la gravedad en un fluido como el aire. La fuerza neta sobre el objeto sería:

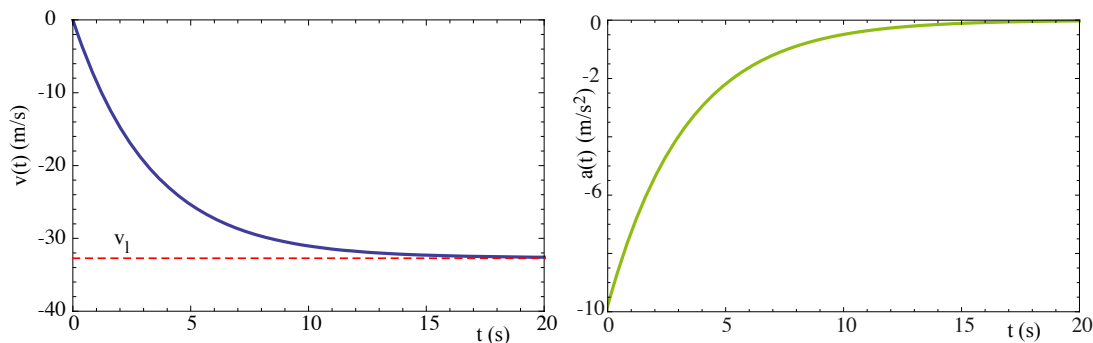
$$\sum f_y = -mg + bv^n = -ma,$$

y en forma de ecuación diferencial:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - bv^n.$$

En el caso $n = 1$ la solución de esta ecuación es:

$$v(t) = -\frac{mg}{b} (1 - e^{-bt/m})$$



La velocidad es negativa porque tiene sentido descendente. Tal y como se representa en la figura (se han considerado $m = 1$ kg y $b = 0,3$), la velocidad (en módulo) aumenta rápidamente

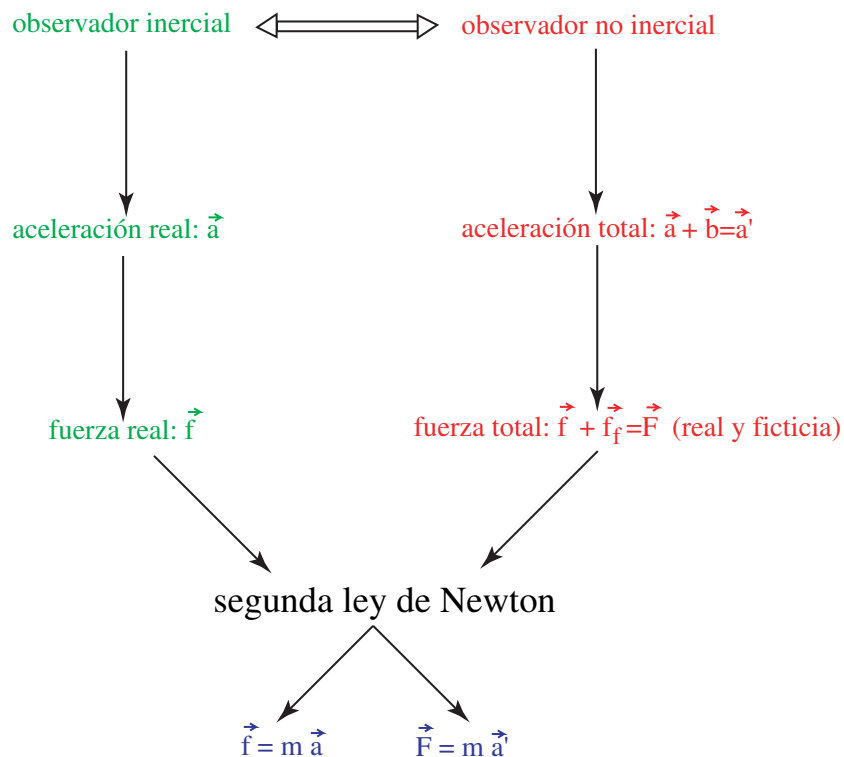
al principio para luego tender hacia un valor límite, v_l , a tiempos grandes. Ese valor límite es: $v_l = -mg/b$. Esto se debe a que la aceleración tiene forma de exponencial decreciente:

$$a = \frac{dv}{dt} = -g \exp\{-bt/m\}$$

Para $t = 0$, $a = g$ y posteriormente decrece de forma exponencial hasta cero, momento en que la velocidad alcanza su valor máximo y deja de aumentar. Cuanto mayor sea b , menor será v_l . Por ejemplo, los paracaídas se construyen de forma que v_l sea pequeña (del orden de 20 km/h), es decir, con b grande y los automóviles al contrario para que la resistencia del viento sea la menor posible.

6. Movimiento relativo a sistemas de referencia no inerciales

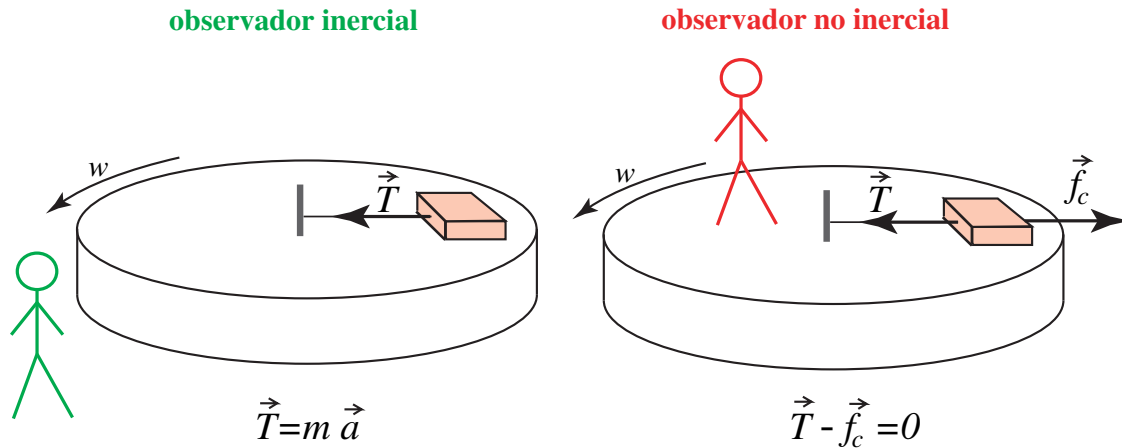
La segunda Ley de Newton sólo es válida en sistemas de referencia inerciales. Pero incluso si el sistema de referencia es no inercial (está acelerado), se puede utilizar la misma definición de fuerza. Se denominan *fuerzas ficticias* a las fuerzas que experimenta un observador en un sistema acelerado por el simple hecho de sufrir la aceleración del sistema. Se denominan ficticias porque no son fuerzas reales asociadas a interacciones entre partículas sino que sólo están asociadas al sistema de referencia elegido.



Se pueden también definir así: *fuerzas ficticias* son aquellas fuerzas no reales que hay que añadir a la fuerza real experimentada por un observador en un sistema de referencia no inercial para que la segunda ley de Newton sea válida también en estos sistemas de referencia. Ejemplos de estas fuerzas son la fuerza centrífuga que se siente en un automóvil al coger una curva o la fuerza de Coriolis debida a la rotación de la Tierra.

6.1 EJEMPLO

Considérese una plataforma girando con velocidad constante, ω , en la que un objeto está atado al eje de giro mediante una cuerda. Y supongamos dos observadores, uno inercial externo a la plataforma y otro no inercial situado sobre ella.



➤ *Observador inercial.*

Desde su punto de vista el bloque se mueve en círculo con velocidad v y está acelerado hacia el centro de la plataforma con una aceleración centrípeta $a = v^2/r$. Esta aceleración es consecuencia de la fuerza no equilibrada ejercida por la tensión de la cuerda.

➤ *Observador no inercial.*

Para el observador que gira con la plataforma el objeto está en reposo, $\vec{a} = 0$. Es decir observa una fuerza ficticia que contrarresta la tensión para que no haya aceleración centrípeta. Esa fuerza debe ser, $f_c = mv^2/r$. Este observador siente la fuerza como si fuera perfectamente real, aunque sólo sea la consecuencia de la aceleración del sistema de referencia en que se encuentra.

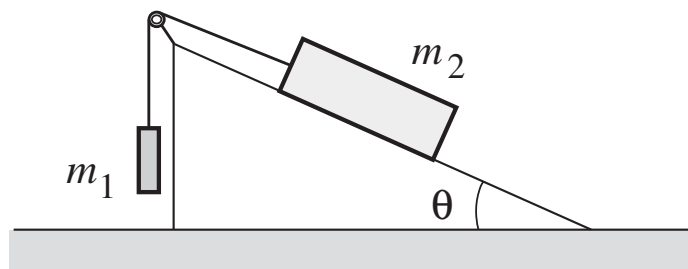
7. Problemas

- Se coloca un bloque de masa m sobre un plano inclinado y liso que forma un ángulo θ con la horizontal.
 - Determinése la aceleración del bloque cuando se deja resbalar libremente.
 - Supóngase que se deja resbalar el bloque desde la parte superior del plano y que la distancia hasta la base es d . ¿Cuánto tarda el bloque en llegar a la parte inferior? ¿Cuál es su velocidad?

(Respuestas: a) $a_x = g \sen \theta$; $a_y = 0$; b) $t = \sqrt{2d/g \sen \theta}$; $v_x = \sqrt{2gd \sen \theta}$)

- Determinése la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda de una máquina de Atwood formada por dos masas m_1 y m_2 y una polea de peso despreciable y sin rozamiento. Hágase la aplicación al caso: $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 4$ kg.
- Dos masas distintas están sujetas por una cuerda a través de una polea, como se ve en la Figura. Si el bloque de masa m_2 está sobre un plano inclinado y liso que forma un ángulo θ con la horizontal, determinése la aceleración de las dos masas y la tensión de la cuerda. Aplíquense las ecuaciones obtenidas al caso $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 5$ kg y $\theta = 45^\circ$.

(Respuestas: $a = g \frac{m_2 \sen \theta - m_1}{m_1 + m_2}$; $T = g \sen(\theta + 1) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$; $a = -4,23$ m/s², $T = 55,82$ N)



- Un montacargas tiene una velocidad de régimen, tanto al ascender como al descender, de 4 m/s, tardando 1 s en adquirirla al arrancar o detenerse. Si se carga una masa de 600 kg y la masa del montacargas y sus accesorios es de 1200 kg, calcula la fuerza que ejerce la masa sobre el suelo del montacargas en los siguientes casos:
 - Durante el arranque para ascender.

- 2) Durante el ascenso a velocidad constante.
 - 3) Durante el proceso de frenado para detenerse.
 - 4) ¿Cuál es la tensión sobre el cable que sujeta el montacargas en el caso 1)?
5. Las máquinas de un petrolero se averían y el viento acelera la nave a una velocidad de 1,5 m/s hacia un arrecife. Cuando el barco está a 500 m del arrecife el viento cesa y el maquinista logra poner en marcha las máquinas para acelerar hacia atrás. La masa total del petrolero es de $3,6 \times 10^7$ kg y sus máquinas producen una fuerza de $8,0 \times 10^4$ N. Si el casco puede resistir impactos de hasta 0,2 m/s, ¿se derramará el petróleo?
- (Respuestas: El petróleo no se vertirá.)
6. Una persona empuja un trineo por un camino horizontal nevado. Cuando el módulo de la velocidad del trineo es 2,5 m/s, esa persona suelta el trineo y éste se desliza una distancia $d = 6,4$ m antes de detenerse. Determina el coeficiente de fricción cinética entre los patines del trineo y la superficie nevada.
7. Un coche viaja a 108 km/h por una carretera horizontal. Los coeficientes de fricción entre la carretera y los neumáticos son: $\mu_e = 0,5$; $\mu_c = 0,3$ ¿Cuánto espacio tarda el coche en frenar si:
- a) el frenazo es fuerte pero el coche no llega a patinar?
 - b) el frenazo es muy brusco y el coche patina?
- (Respuestas: a) $d = 91,8$ m; b) $d = 153$ m)
8. Un bloque de masa m_1 se apoya sobre un segundo bloque de masa m_2 , que a su vez descansa sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Se aplica una fuerza \vec{f} sobre el bloque de abajo. Los coeficientes de fricción estática y cinética (μ_e y μ_c) entre los bloques se suponen conocidos.
- a) Determina el valor máximo de f para que los bloques no deslicen entre si.
 - b) Determina la aceleración de cada bloque cuando se supera ese valor.
9. Un bloque de 50 kg es lanzado hacia arriba sobre un plano inclinado 30° . Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2, calcula:
- a) El tiempo que tarda en detenerse si se lanza con una velocidad inicial de 20 m/s.

- b) ¿Con qué velocidad retornará al punto de partida?
- c) El tiempo que tarda en subir y bajar.

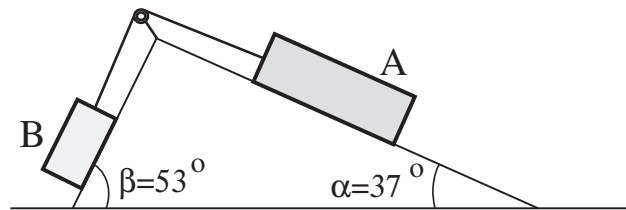
(Respuestas: a) $t = 3,03$ s; b) $v = 13,9$ m/s; c) 7,4 s)

10. Una pequeña esfera de masa m está colgada del techo de un vagón de ferrocarril que se desplaza por una vía con aceleración a . ¿Cuáles son las fuerzas que actúan sobre la esfera para un observador inercial? ¿Y para uno no inercial en el interior del vagón?

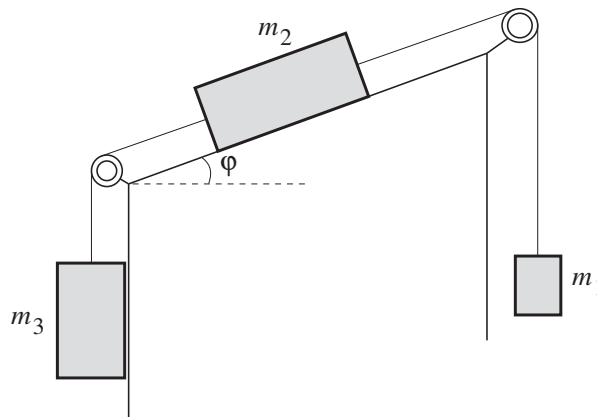
11. Dos bloques de 200 kg y 75 kg descansan sobre dos planos inclinados y están conectados mediante una polea tal y como indica la figura. Calcula:

- a) la aceleración del sistema.
- b) la tensión de la cuerda.
- c) la aceleración y la tensión si el coeficiente de rozamiento entre los bloques y el plano vale 0,2.

(Respuestas: a) $a = 2,15$ m/s²; b) $T = 748,2$ N; c) $a = 0,69$ m/s²; $T = 727,2$ N)

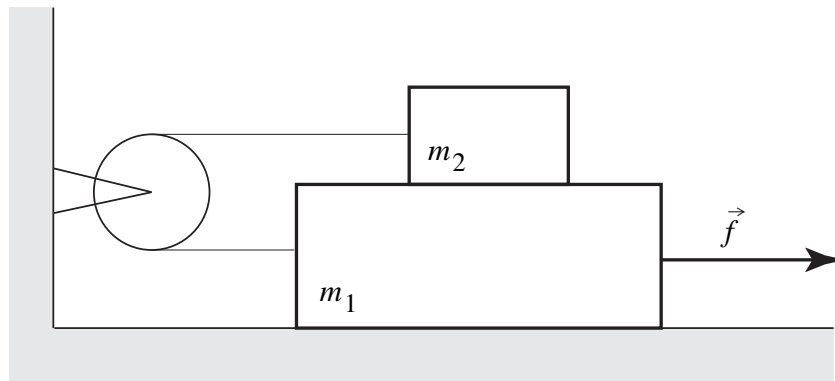


12. En el sistema representado en la figura, las masas de los cables y poleas son despreciables. Si el coeficiente de rozamiento cinético de la masa m_2 con el plano inclinado es μ_c , calcula la aceleración del sistema.



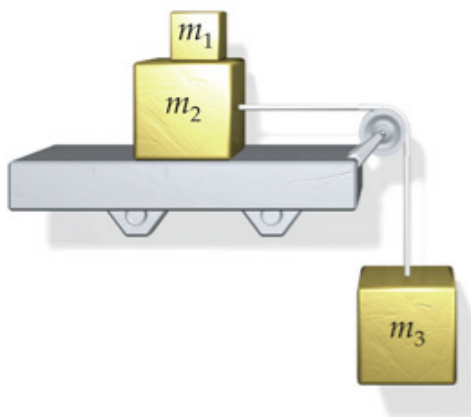
13. En el sistema que se muestra en la figura, el coeficiente de rozamiento entre los bloques es μ . Si se ejerce una fuerza, \vec{f} , sobre el bloque de masa m_1 , ¿cuál es la aceleración del sistema?

(Respuestas: $a = \frac{f - \mu g(3m_2 + m_1)}{m_1 + m_2}$)

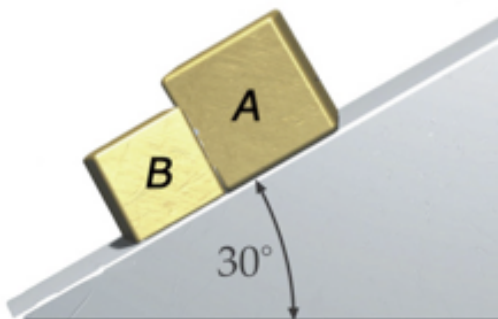


14. Un bloque de 2 kg está situado sobre otro de 4 kg que descansa sobre una mesa sin rozamiento y sobre el que está actuando una fuerza horizontal \vec{F} . Los coeficientes de fricción entre los bloques son $\mu_e = 0,3$ y $\mu_c = 0,2$. a) ¿Cuál es el valor máximo de \vec{F} que puede aplicarse para que el bloque de 2 kg no resbale sobre el de 4 kg? b) Si \vec{F} es igual a la mitad de este valor máximo, determinar la aceleración de cada bloque y la fuerza de fricción que actúa sobre cada uno de ellos. c) Si \vec{F} es igual al doble del valor obtenido en a), calcula la aceleración de cada bloque.
15. Dado el sistema de la figura, en el que los coeficientes estático y cinético de rozamiento entre la masa $m_2 = 10$ kg y la $m_1 = 5$ kg son respectivamente $\mu_e = 0,6$ y $\mu_c = 0,4$. a) ¿Cuál es la aceleración máxima del bloque de 10 kg?, si no desliza respecto del bloque de 5 kg. b) ¿Cuál es el valor máximo de m_3 si las otras masas se mueven sin deslizar entre sí? c) Si $m_3 = 30$ kg determina la aceleración de cada masa y la tensión de la cuerda.

(Respuestas: a) $a_{\max} = 5,88$ m/s²; b) $m_3 = 22,5$ kg; c) $a_1 = 3,92$ m/s²; $a_2 = 6,86$ m/s²; $T = 88,2$ N)



16. Sobre un tablero inclinado un ángulo de 30° se colocan dos cuerpos A y B de masa 4 y 3 kg respectivamente. Los coeficientes de rozamiento entre el bloque A y el plano inclinado es 0,1, y entre el bloque B y dicho plano 0,2. a) ¿Cómo deslizarán los cuerpos, juntos o separados? b) Hállese la aceleración de cada cuerpo y la reacción en la superficie de contacto (si la hubiere).



17. El cuerpo D de la figura, el cual tiene una masa de 12 kg se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC y está girando alrededor del eje de simetría del cono con una velocidad angular $\omega = 10$ r.p.m. Calcúlese: a) la velocidad lineal del cuerpo. b) la reacción de la superficie sobre el cuerpo. c) La tensión en el hilo. d) la ω necesaria para reducir la reacción del plano a cero.

(Respuestas: a) $v = 13,64$ m/s; b) $N = 16,48$ N; c) $T = 206,7$ N; d) $\omega = 1,14$ rad/s)

